

### แบบฝึกหัดที่ 1

จงบอกว่าสมการพื้นผิวกำลังสองที่กำหนดให้ต่อไปนี้ เป็นพื้นผิวรูปแบบใด พร้อมบอกค่าตัดแกนและรอยตัดกับระนาบพิกัด

1.  $36x^2 + 16y^2 + 9z^2 - 72x + 32y - 54z = 83$
2.  $100x^2 - 225y^2 + 36z^2 + 400x - 900y - 144z = 1256$
3.  $36x^2 + 16y^2 + 36z^2 + 72x - 64y - 72z = -28$
4.  $36x^2 - 9y^2 - 4z^2 - 216x + 18y - 24z = -171$
5.  $4x^2 - 9y^2 - 9z^2 + 16x - 18y - 54z = 110$
6.  $4x^2 + 25y^2 - 25z^2 + 24x - 50y - 50z = 89$
7.  $36x^2 - 100y^2 + 225z^2 - 288x + 200y + 900z = -476$
8.  $16x^2 + 36y^2 + 9z^2 + 144 - 72y - 144z = -228$
9.  $4x^2 + 9z^2 - 32 + 36y + 40 = 228z$
10.  $16y^2 + 9z^2 - 32 + 36y - 54z + 97 = 576x$
11.  $25x^2 + 9z^2 - 100x - 182 + 109 = 900y$
12.  $x^2 + 4y^2 - 6x - 8y + 13 = 64z$
13.  $4x^2 - 9y^2 - 8x - 36y - 32 = 288z$
14.  $16y^2 - 9z^2 - 32y + 542 - 65 = 576x$
15.  $25x^2 - 9z^2 + 100x - 18z + 91 = 900y$
16.  $x^2 - 4y^2 - 6x + 8y + 5 = 64z$
17.  $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + x + y + z = 9$
18.  $3x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 2x - 2z = 9$
19.  $9x^2 - 4y^2 = 36z$
20.  $9x^2 + y^2 + 4z^2 - 18x + 2y + 16z = 10$
21.  $4x^2 + y^2 - 24x - 4y - 4z + 20 = 0$
22.  $z = 4 - x^2 - y^2 - 2y$
23.  $2x^2 - 3y^2 - 8x - 12y + 12z - 52 = 0$

แบบฝึกหัดที่ 2

1. จงหาสมการอิงตัวแปรเสริมต่อไปนี้

- (a) เส้นตรงที่ผ่านจุด  $(2, -1)$  และ  $(3, 3)$
- (b) เส้นตรงที่ผ่านจุด  $(1, 1)$  และ  $(1, 2)$
- (c) ส่วนของเส้นตรงที่มีเริ่มต้นจุดคือ  $(1, -1)$  และจุดสิ้นสุดคือ  $(2, 3)$
- (d) ส่วนของเส้นตรงที่มีเริ่มต้นจุดคือ  $(1, 2)$  และจุดสิ้นสุดคือ  $(-1, 2)$
- (e)  $y = 2x^2 + 8x + 3$
- (f) วงกลมจุดศูนย์กลางที่จุด  $(1, 2)$  รัศมี 2
- (g)  $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 4$
- (h)  $x^2 + 2y^2 + 6x - 4y = 5$

2. จงวาดรูปของสมการอิงตัวแปรเสริมต่อไปนี้

- (a)  $x = 3t + 4, y = t + 3$
- (b)  $x \in \mathbb{R}, y = 2$
- (c)  $x = 3t - 4, y = t + 1 \quad t \in [1, 5]$
- (d)  $x = t + 2, y = 3 \quad t \in [1, 5]$
- (e)  $x = 2t^2 + 2t - 1, y = t + 3$
- (f)  $x = t + 1, y = \sqrt{t - 2}$
- (g)  $x = 1 + 2 \cos t, y = -2 + 2 \sin t \quad t \in [0, 2\pi]$
- (h)  $x = -1 + 2 \cos t, y = 2 + 3 \sin t \quad t \in [0, 2\pi]$
- (i)  $x = 1 + 2 \sec t, y = -1 + 3 \tan t \quad t \in [0, 2\pi]$
- (j)  $x = \cos^2 t, y = 2 \sin^2 t$
- (k)  $x = 2 \sec^2 t, y = 3 \tan^2 t \quad t \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

### แบบฝึกหัดที่ 3

1. จงแสดงตำแหน่งของจุดต่อไปนี้ในระนาบเดียวกัน พร้อมทั้งแปลงจุดเหล่านี้ให้เป็นจุดในระบบพิกัดฉาก

- |                                      |                                       |  |
|--------------------------------------|---------------------------------------|--|
| (a) $\left(1, \frac{\pi}{4}\right)$  | (b) $\left(-2, \frac{2\pi}{3}\right)$ | (c) $\left(1, -\frac{\pi}{3}\right)$   |
| (d) $\left(3, \frac{3\pi}{2}\right)$ | (e) $\left(2, \frac{9\pi}{4}\right)$  | (f) $\left(-2, -\frac{7\pi}{6}\right)$ |
| (g) $\left(2, \frac{5\pi}{2}\right)$ | (h) $\left(-6, \frac{\pi}{4}\right)$  | (k) $\left(4, -\frac{11\pi}{6}\right)$ |

2. กำหนดจุดในระบบพิกัดฉากให้ดังต่อไปนี้ จงหาจุดในระบบพิกัดเชิงขั้วโดยที่

(2.1)  $r > 0$  และ  $-\pi < \theta < \pi$

(2.2)  $r < 0$  และ  $-\pi < \theta < \pi$

- |                      |                             |                      |
|----------------------|-----------------------------|----------------------|
| (a) $(-1, -1)$       | (b) $(\sqrt{3}, -1)$        | (c) $(2, 2)$         |
| (d) $(-1, \sqrt{3})$ | (e) $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ | (f) $(-3, \sqrt{3})$ |

ในข้อ 3-14 จงแปลงสมการในระบบพิกัดฉากที่กำหนดให้ ให้เป็นสมการในระบบพิกัดเชิงขั้ว

- |                 |                     |                    |
|-----------------|---------------------|--------------------|
| 3) $x = 4$      | 4) $y = 6$          | 5) $x = 3y$        |
| 6) $y = x$      | 7) $x^2 + y^2 = 25$ | 8) $x^2 - y^2 = 1$ |
| 9) $2x - y = 3$ | 10) $2x + y = 10$   | 11) $xy = 1$       |
| 12) $xy = 9^2$  | 13) $y = x^2$       | 14) $y^2 = 6x$     |

ในข้อ 15-28 จงแปลงสมการในระบบพิกัดเชิงขั้วที่กำหนดให้ ให้เป็นสมการในระบบพิกัดฉาก

- |                                       |  |                               |
|---------------------------------------|--|-------------------------------|
| 15) $r = 3$                           | 16) $r = -3$                               | 17) $\theta = \frac{3\pi}{4}$ |
| 18) $\theta = 0$                      | 19) $r = -5 \cos \theta$                   | 20) $r = \sin 2\theta$        |
| 21) $r \cos \theta = 8$               | 22) $r \sin \theta = 3$                    | 23) $r = 1 - \cos 2\theta$    |
| 24) $r = 2 + \sin 2\theta$            | 25) $r = 3 \sec \theta$                    | 26) $r^2 = \cos 2\theta$      |
| 27) $r = \frac{4}{1 - 2 \cos \theta}$ | 28) $r = \frac{2}{4 \sin + 3 \cos \theta}$ |                               |

ข้อ 1-4 จงแปลงพิกัดฉากของจุด  $P$  ที่กำหนดให้เป็นพิกัดทรงกระบอก

1.  $(0, 1, 0)$
2.  $(2, 2\sqrt{3}, -5)$
3.  $(-1, 1, 4)$
4.  $(-2\sqrt{3}, -2, 1)$

ข้อ 5-8 จงแปลงพิกัดทรงกระบอกของจุด  $P$  ที่กำหนดให้เป็นพิกัดฉาก

5.  $(1, 0, -3)$
6.  $\left(13, 3\frac{\pi}{2}, 4\right)$
7.  $\left(10, 5\frac{\pi}{3}, -3\right)$
8.  $(10, \pi, -3)$

ข้อ 9-12 จงแปลงพิกัดฉากของจุด  $P$  ที่กำหนดให้เป็นพิกัดทรงกลม

9.  $(1, 1, 0)$
10.  $(1, -1, \sqrt{2})$
11.  $(-2, \sqrt{3}, -4)$
12.  $(-\sqrt{3}, -2, -4)$

ข้อ 13-16 จงแปลงพิกัดทรงกลมของจุด  $P$  ที่กำหนดให้เป็นพิกัดฉาก

13.  $\left(2, 0, \frac{\pi}{3}\right)$

14.  $\left(3, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

15.  $\left(4, 2\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right)$

16.  $\left(5, 11\frac{\pi}{6}, 5\frac{\pi}{6}\right)$

17. จงหาสมการในระบบพิกัดทรงกระบอก และระบบพิกัดทรงกลม ของสมการในระบบพิกัดฉากต่อไปนี้

(17.1)  $x^2 + y^2 + z^2 = 25$

(17.2)  $x + y = 4$

(17.3)  $z = x^2 - y^2$

(17.4)  $x + y + z = 1$

18. จงหาสมการระนาบ  $ax + by + cz = d$  ในระบบพิกัดทรงกระบอกและระบบพิกัดทรงกลม

19. จงหาสมการในระบบพิกัดฉากของสมการต่อไปนี้

(19.1)  $r = 9 \sin \theta$

(19.2)  $\rho^2 \sin \phi \cos \phi = 1$

(19.3)  $r^2 \sin 2\theta = z^3$

(19.4)  $\rho = \sin \theta \cos \phi$

(19.5)  $z = r^2 \sin 2\theta$

(19.6)  $\rho \cos \phi = 1$

20. จงเขียนกราฟของสมการต่อไปนี้

(20.1)  $r = 5$

(20.2)  $\theta = 3\frac{\pi}{4}$

(20.3)  $\rho = 5$

(20.4)  $\theta = 5\frac{\pi}{6}$

(20.5)  $r = 2 \sin 2\theta$

(20.6)  $\rho = 2 \sin \phi$

(20.7)  $\rho \cos \phi = 1$

(20.8)  $z = 10 - 3r^2$